

# Etude de la courbure de la force de mortalité aux grands et très grands âges en France, aujourd'hui et dans le futur

Nicolas Brouard, Agnès Lièvre, Christopher Heathcote

Provisional paper, 2005

sections on methodology on projection and results are missing

## **Abstract**

Tout comme Bourgeois Pichat montrait la fin des années 1980 la spécificité de la mortalité par âge française et les difficultés de la mesure aux grands âges, nous examinons un nouveau, tant du point de vue de la théorie que de l'estimation statistique, la courbure de la mortalité par âge en France en mettant en avant de nouveaux biais qui affectent les enquêtes sur les centenaires comme l'enquête IPSEN de 1991. Nous proposons également une analyse statistique des décès de plus de 60 ans déclarés l'état civil français depuis la seconde guerre mondiale et en déduisons une évolution de la force de mortalité par âge et dans le temps que nous mettons en regard de nos résultats d'analyse de l'enquête IPSEN. L'hypothèse d'une croissance constante de la mortalité par âge ou loi de Gompertz ne semble pas pouvoir être prise en compte tant aujourd'hui qu'un horizon de 50 ans.

# 1 Introduction

Depuis Gompertz (1825), nous savons que les taux de mortalité adultes augmentent exponentiellement avec l'âge. La loi de Gompertz ne s'ajuste pas sur tous les âges adultes mais seulement à partir de 30 ans dans les tables récentes à faible mortalité, et pas avant l'âge de 50 ans dans les tables de mortalité anciennes, lorsque les décès dus aux maladies infectieuses étaient nombreux. La loi de Gompertz, qui se définit par un niveau de mortalité et une pente, s'ajuste différemment selon les populations (inégalités entre sexes, classes sociales, etc.) et le type de données (décès d'une année ou d'une génération).

Benjamin Gompertz admettait que la croissance exponentielle n'était plus valable au delà d'un certain âge. Il estimait qu'entre 20 et 80 ans, le risque de décéder doublait tous les 8 ans. Cependant, lorsqu'il a formulé cette relation en 1825, la mortalité était difficile à mesurer à cause du faible nombre d'observations et de la mauvaise qualité des données de l'état civil. Les nonagénaires étaient peu nombreux et les centenaires rares. Aujourd'hui, la fiabilité des statistiques aux grands âges s'est améliorée mais des difficultés dans l'estimation de la mortalité existent encore.

De plus aux grands âges, les taux de mortalité sont souvent mal calculés. Les erreurs portent à la fois sur le numérateur et sur le dénominateur car la population des personnes très âgées est mal estimée et l'âge au décès est parfois erroné. Un des problèmes pour l'estimation de la mortalité concerne la disponibilité de données de bonne qualité. Avec l'avancée en âge, nous sommes amenés à travailler sur des effectifs de plus en plus réduits et des risques de mortalité de plus en plus grands. Le nombre d'observations diminuant avec l'âge, il se peut que, durant un intervalle de temps, par exemple une année, nous n'observions aucun décès. La loi de Gompertz s'applique à la force de mortalité et non aux quotients observés

de mortalité qui tendent vers 1. Le taux et le quotient peuvent être calculés de plusieurs manières. En France, en raison des guerres qui créent des variations dans les effectifs de naissance, les quotients et les taux aux âges élevés sont le plus souvent calculés en perspectif alors que dans les autres pays, les taux sont plutôt calculés à partir des carrés d'un diagramme de Lexis. Pour calculer un taux à partir d'un carré, les décès doivent être classés par année d'âge et année de calendrier et rapportés à la population moyenne d'âge  $(x, x + 1)$  alors que pour calculer un taux perspectif, les décès sont classés par année de naissance et année de calendrier. Ces décès survenus au cours de l'année  $t$  (dans le losange) sont rapportés à la population délimitée par ce losange. Un certain nombre de chercheurs (voir par exemple Vaupel, 1997; Carey *et al.*, 1992) avancent l'idée qu'à partir de 95 ans, la croissance du taux de mortalité ralentit avec l'âge, mettant ainsi en doute l'ajustement de la mortalité aux grands âges par une loi de Gompertz. Si hors de France, les taux sont généralement calculés sur des carrés dans un diagramme de Lexis (décès classés selon l'âge en année révolue) et non des losanges perspectifs (décès classés selon l'année de naissance), ces taux de mortalité ne tendent pas vers la valeur 2. Mais ils souffrent néanmoins d'un décalage croissant avec l'âge. En effet le taux  ${}_1m_x$  s'écrit

$${}_1m_x = \frac{\int_x^{x+1} \mu(t)l(t)dt}{\int_x^{x+1} l(u)du} \quad (1)$$

$$= \int_x^{x+1} \mu(t) \frac{l(t) dt}{\int_x^{x+1} l(u)du} = \mu(x + \alpha) \quad (2)$$

et est donc une moyenne des forces de mortalité entre  $x$  et  $x + 1$  pondérée à chaque âge par la quantité  $\frac{l(t)}{\int_x^{x+1} l(u)du}$ . Le taux  ${}_1m_x$  est certes encadré par  $[\mu(x), \mu(x + 1)]$  mais avec l'augmentation en âge,  $x + \alpha$  tend vers la borne inférieure  $x$ , ce qui introduit aux âges élevés un léger infléchissement dans la croissance du taux. Nous avons ainsi calculé, sous l'hypothèse d'une loi de Gompertz de pente annuelle de

7 %, la valeur de  $\alpha$  entre 80 et 120 ans. La figure 1 montre en effet que le centre du taux exact annuel  ${}_1m_x$  se déplace progressivement depuis le milieu de l'intervalle (0,5) vers la gauche où il atteindrait la valeur 0,4 vers 115 ans.

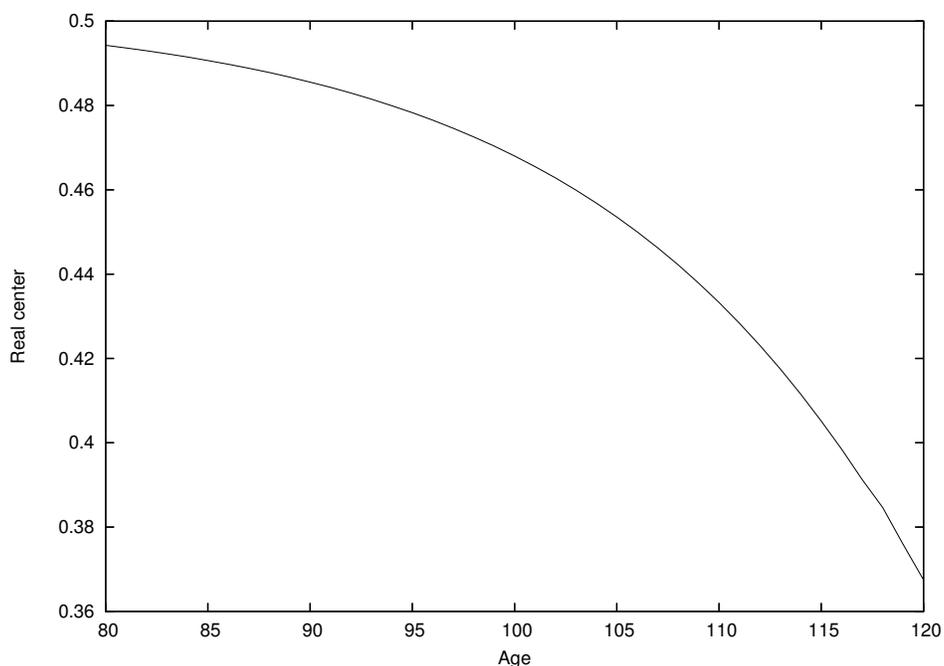


Figure 1: Décentrage d'un taux annuel avec l'augmentation en âge.

## 2 Analyse statistique des biais dans les données de mortalité aux très grands âges: l'exemple de l'enquête IPSEN

### 2.1 L'enquête IPSEN

La mise en oeuvre en 1990 par la fondation IPSEN (Allard, 1991) d'un suivi d'une cohorte de centenaires français donne l'opportunité d'analyser la mortalité au delà de 100 ans. Le principal sujet de recherche de la fondation IPSEN est d'étudier

le comportement des centenaires et de comprendre pourquoi ils ont survécu aussi longtemps. Dans leur premier article, *A la recherche du secret des centenaires* (Allard *et al.*, 1993), Allard *et al.* n'ont pu mettre en évidence l'existence d'un processus spécifique de sélection. A ce jour, les données de l'enquête française IPSEN constituent une base de centenaires assez complète puisqu'elle fournit aussi bien des informations socio-démographiques que médicales ou biologiques.

### **2.1.1 Déroulement de l'enquête**

L'enquête s'est déroulée en plusieurs étapes. La principale préoccupation dans une enquête sur les centenaires est de choisir un groupe représentatif de la population, les biais redoutés étant le refus d'un centenaire de participer à cause de son état de santé ou d'une erreur sur son âge. La localisation des centenaires et la validation de l'âge sont les principales difficultés de ce type d'enquête. La première phase est la localisation des centenaires de l'enquête IPSEN qui a débuté le 10 janvier 1990. Ce sont 160 informateurs thérapeutiques de la fondation IPSEN qui durant le premier semestre de 1990 ont rendu visite à 29 669 médecins généralistes et gériatres, soit 59% des médecins généralistes et gériatres de France en 1990. Parmi eux, 2171 médecins acceptant de participer à l'étude ont déclaré avoir un ou plusieurs patients *a priori* centenaires (nés avant 1890) parmi leur clientèle. Les médecins s'engageaient alors à remplir pour chaque centenaire un dossier "promesse d'examen" comprenant plusieurs volets. Cette procédure a permis de localiser 2859 centenaires (la moitié d'entre eux vivent en institutions), mais seulement 1364 promesses d'examen ont été établies, un certain nombre de centenaires ayant été comptés deux fois ou davantage.

A l'issue de cette première sélection, seulement 907 examens médicaux ont été réalisés avant le 31 janvier 1991. Les raisons en sont multiples: tout d'abord, une

forte mortalité (25,4%) dans cette première phase de localisation (à l'âge de 100 ans, un tiers de l'échantillon décède dans une année<sup>1</sup>), le non-respect du protocole (17%), le refus du centenaire (4,2%) ou de la famille (5,1%) ou du médecin (5,5%), et enfin un état de santé trop fragile pour subir un examen médical (2,8%).

Après vérification avec l'acte de naissance, 663 femmes et 93 hommes, étaient réellement âgés de 100 ans et plus le jour de l'examen médical (7,6% avaient moins de 100 ans et 3,4% étaient inconnus de l'enregistrement civil). Afin d'assurer un suivi de l'échantillon, les enquêteurs de la fondation IPSEN demandaient tous les six mois au médecin si leur patient était encore vivant. Si le centenaire était supposé décédé, une demande de confirmation était faite auprès de la mairie d'enregistrement de la naissance. À la fin de l'année 1995, on comptait 702 personnes décédées. Notre base de données inclut 756 centenaires vérifiés et suivis jusqu'au 31 décembre 1995. Chacun des 756 centenaires a sa date de naissance certifiée par la mairie du lieu de naissance. Dans leur ouvrage, Allard et Robine concluent que la base de données IPSEN se compose de 910 centenaires authentifiés, au lieu de 756 comme ils l'ont affirmé dans leur premier article. La différence serait due soit à une augmentation des effectifs en raison d'une collecte tardive ou différée de documents, soit à un affinage des analyses statistiques. Le suivi a pris fin en 2000 et dix ans, après le lancement de l'enquête, seulement deux centenaires étaient encore en vie.

### **2.1.2 Description de la population d'étude**

La figure 2 résume les étapes qui ont abouti à l'inclusion de 756 centenaires. Une grande proportion d'entre eux ont subi l'examen médical de juillet à novembre 1990, avec un pic pour le mois de septembre. Ainsi, entre la phase de dénombrement et le début de l'enquête, il s'est écoulé en moyenne 6 mois (Allard, *et*

---

<sup>1</sup>En supposant que la force de mortalité à 100 ans soit de 0,4 par an, la probabilité de décéder dans l'année est  $1 - \exp(-0,4)$  soit 0,33

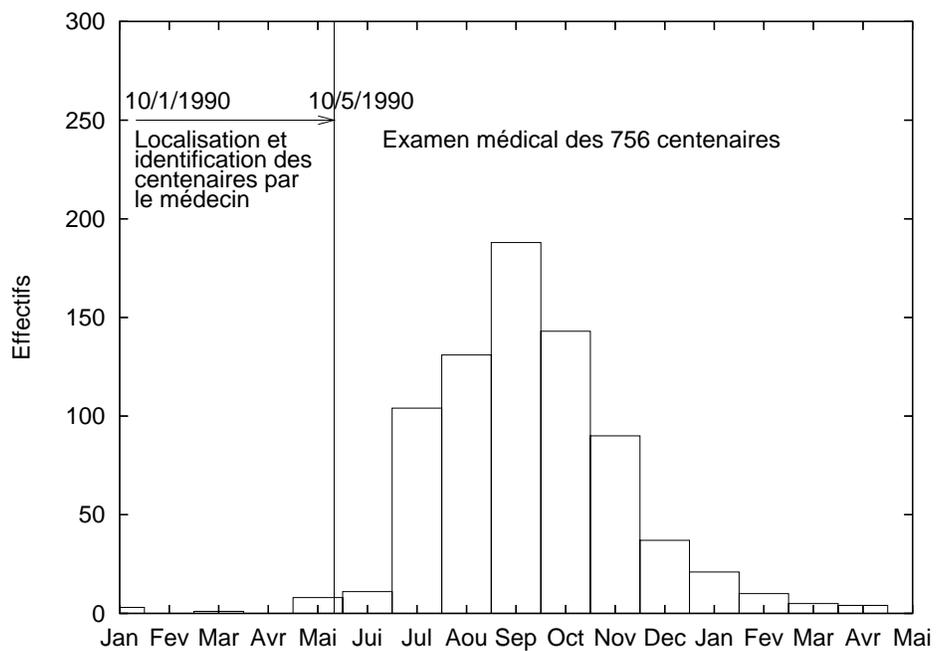


Figure 2: Calendrier de l'enquête IPSEN: la première phase est la localisation et l'identification des centenaires et la seconde phase est l'examen médical.

al., 1993). La date de l'examen médical correspond à la date d'inclusion dans l'étude. La figure 3 représente le diagramme de Lexis de l'échantillon, respectivement pour les hommes et les femmes. L'âge et la date de l'examen médical sont le point de départ du suivi; la mort, le cas échéant, le clôturé. Par souci de lisibilité, seulement les lignes de vie *les plus anciennes* ont été dessinées. Toutes les lignes de vie des hommes et des femmes jusqu'à la fin décembre 1995 ont été tracées. L'enquête se compose d'informations générales concernant le centenaire (date et lieu de naissance, date du décès, date de l'examen médical, sexe, nationalité...) et d'un questionnaire au sujet de l'incapacité, de la satisfaction de la vie, sur la personnalité, la santé, et les performances cognitives. La distribution des âges par sexe lors de l'examen médical (figure 4) fait apparaître une très nette différence en faveur des femmes. Cette surreprésentation féminine est bien sûr la conséquence d'une plus faible mortalité avant l'âge de 100 ans. Dans la base IPSEN, l'homme le plus âgé lors de l'examen médical a 106 ans et la femme 115 ans. Il s'agit de Jeanne Calment qui serait décédée à 122 ans dont la ligne de vie est représentée sur le diagramme de Lexis (Figure 3).

## **2.2 Répartition des durées de vie des centenaires de l'enquête**

La figure 5 représente la fonction de survie des centenaires de l'enquête IPSEN. Au bout des cinq années de suivi, plus de 90% des centenaires étaient décédés. Le début de cette courbe de survie concerne les centenaires qui sont décédés peu de temps après l'examen médical (Figure 6 a).

Au moment de l'âge médical, les 756 centenaires ont un âge moyen de 101,2 ans et leur force de mortalité moyenne durant les premiers mois est légèrement supérieure à la force de mortalité de cet âge (elle serait identique à la force de mortalité à l'âge moyen si cette force de mortalité serait linéaire avec l'âge). Soit 0,44

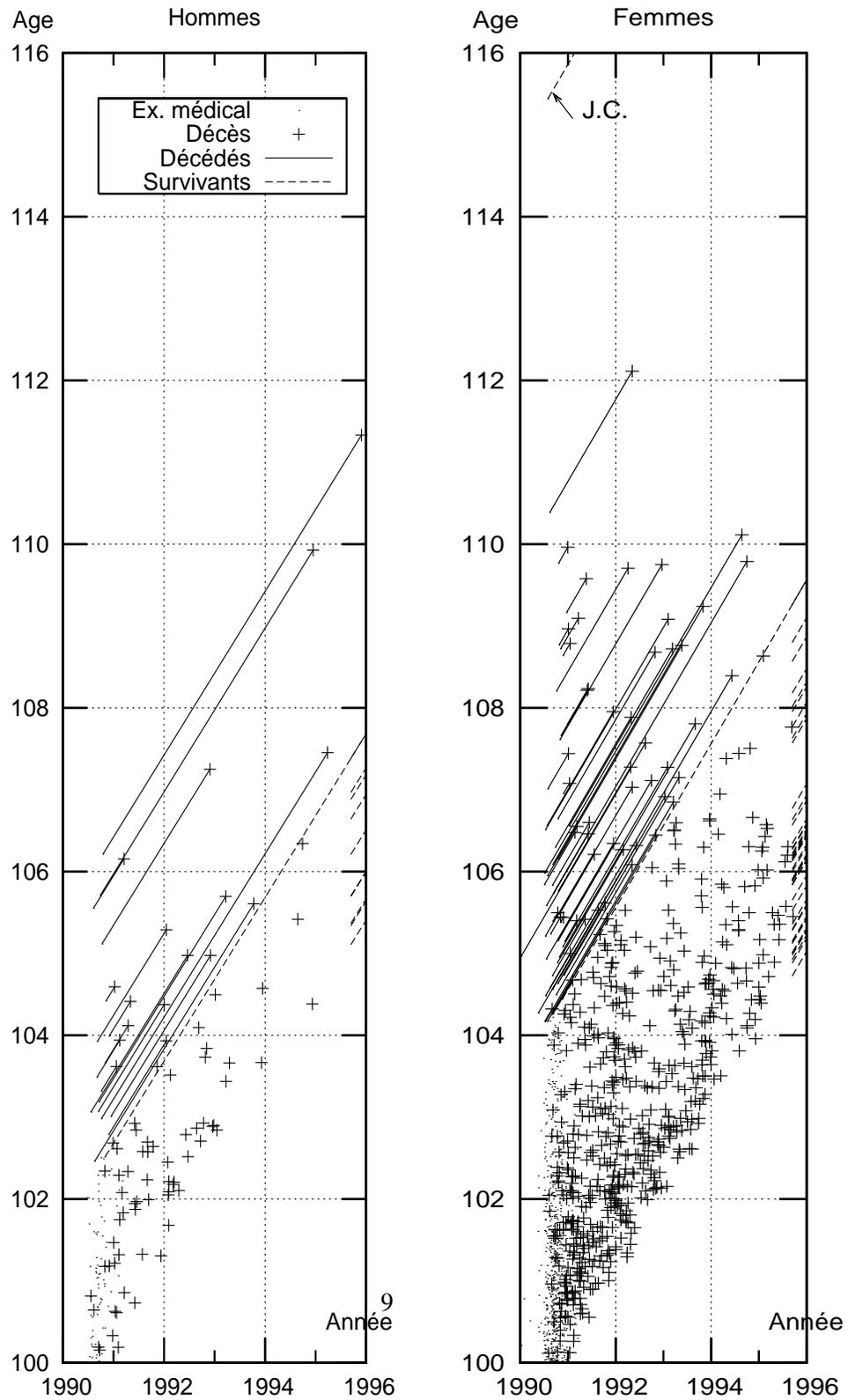


Figure 3: L'enquête IPSEN : lignes de vie depuis l'examen médical au décès (93 hommes and 663 femmes). Le cas unique de Jeanne Calment, entrée

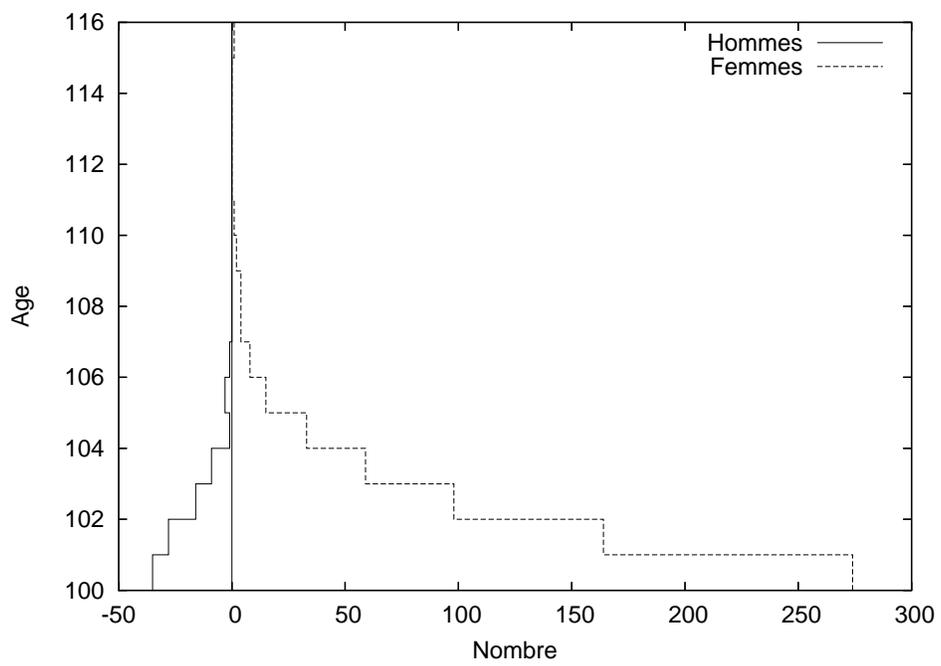


Figure 4: Pyramide des âges de l'enquête IPSEN

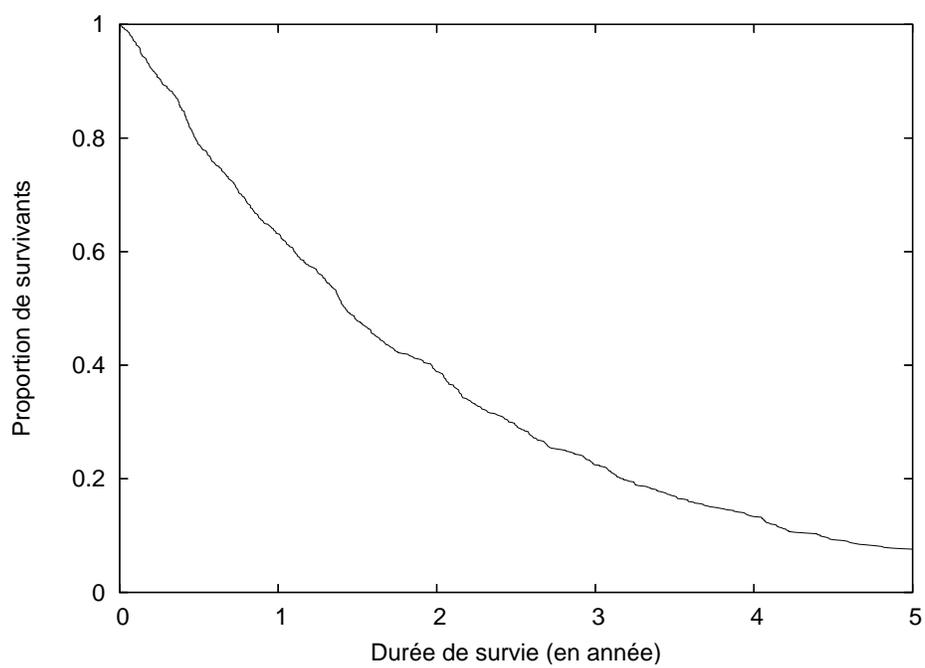


Figure 5: Courbe de survie de l'ensemble des centenaires (100 ans et plus) de l'enquête IPSEN, tous âges confondus

cette force de mortalité moyenne. La fonction de survie d'une loi exponentielle de paramètre 0,44 à l'âge  $x$  est

$$l(x) = \exp\left(-\int_0^x \mu(t)dt\right) = \exp(-0,44x). \quad (3)$$

La figure 6(a) représente la décroissance exponentielle des effectifs suivant cette force de mortalité de 0,44 par an (équation 3).

On remarque alors un nombre trop faible de décès durant le premier mois après l'examen médical. En effet, les personnes très malades dont le décès est proche n'ont pas pu être examinées. Intéressons nous alors au biais engendré par la sous représentation des décès de courte durée. Il nous faut multiplier la courbe brute (courbe exponentielle de paramètre 0,44) par un facteur 1,013 pour que cette survie théorique "redressée" s'ajuste parfaitement à la survie empirique IPSEN sur les durées de vie allant de 1 à 4 mois. Nous pouvons dire qu'il manque environ  $0,013 \cdot 756 \simeq 10$  centenaires dont les durées de survie après l'examen médical sont inférieures à 1 mois. Ainsi, au lieu d'avoir dans la base IPSEN 19 personnes qui ont une durée de survie inférieure à 1 mois, il aurait fallu en avoir 29. Au delà de 4 mois, et pour des délais de survie plus longs l'échantillon des survivants vieillit et sa force de mortalité augmente, ce qui se traduit Figure 6(b) par un nombre de survivants entre 5 et 12 mois inférieur au modèle exponentiel (la force de mortalité est de 0,44 par an).

Nous venons de mettre en évidence une sous-représentation de centenaires proches du décès. Quel est l'effet d'une sous représentation des courtes durées sur l'allure de la force de mortalité estimée? Pour mesurer l'influence de ce biais, nous allons supposer que toutes les durées de survie inférieures à  $\delta$  (que nous mesurons en mois) sont manquantes dans l'enquête. Soit  $\delta$  la durée de survie et  $\mu(x)$  la force de la mortalité par an à l'âge  $x$ . Si  $e(x)$  est l'espérance de vie à l'âge

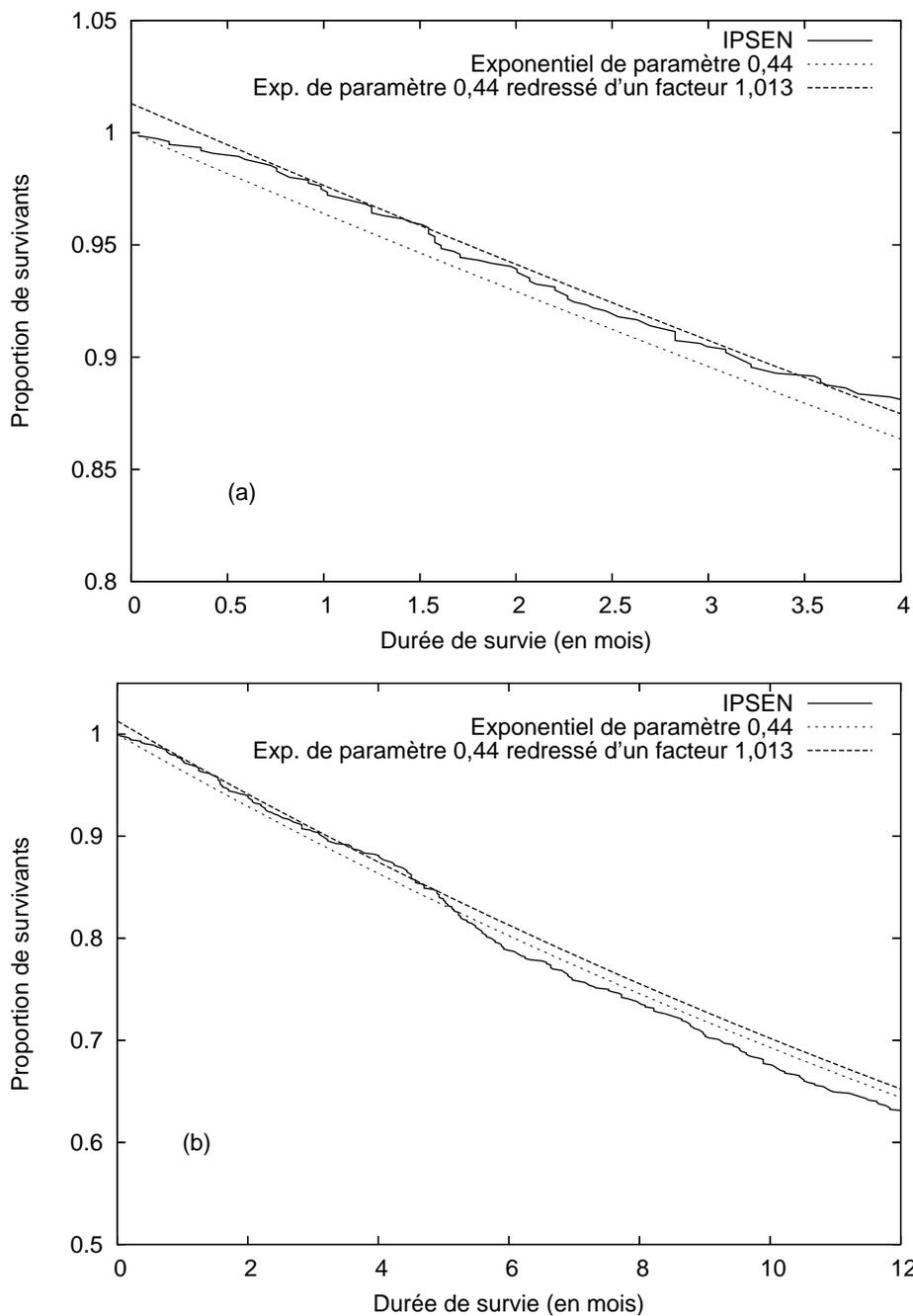


Figure 6: Fonction de survie des centenaires de l'échantillon IPSEN comparée à la fonction de survie calculée sous l'hypothèse que la mortalité est exponentiel de paramètre 0,44. La fonction de survie IPSEN multipliée par 1,013 est également représentée afin de mettre en évidence une sous-estimation des durées de vie les plus courtes dans l'enquête IPSEN. La figure (a) concerne les durées allant jusqu'au quatrième mois tandis que la figure (b) concerne la première année de suivi depuis l'examen médical.

$x$ , alors sous l'hypothèse que la population est stationnaire on peut écrire

$$\mu(x) = \frac{1}{e(x)}. \quad (4)$$

Si toutes les durées inférieures à  $\delta$  mois sont manquantes, alors l'espérance de vie augmente d'une quantité  $\delta$  mois, soit  $\delta/12$  année. Dans ce cas, l'espérance de vie biaisée  $e_b(x)$  à l'âge  $x$  est

$$e_b(x) = \frac{1}{\mu(x)} + \frac{\delta}{12}, \quad (5)$$

et la force de mortalité biaisée  $\mu_b(x)$  exprimée selon  $\mu(x)$  est

$$\mu_b(x) = \frac{1}{e_b(x)} = \frac{1}{1 + \delta\mu/12} \quad (6)$$

La figure 7 représente la force de mortalité  $\mu(x) = 0,4 \exp(0,099x)$  dans les cas où  $\delta$  vaut 1, 2 ou 4 mois. Ainsi, on montre que l'absence de courtes durées produit un ralentissement de la force de mortalité. À mesure que l'âge augmente, la proportion des durées courtes de survie augmente. Dès lors, la sous-représentation des durées de survie les plus courtes affecte principalement les âges les plus élevés. Si nous supposons que la loi de Gompertz est encore fiable à des âges très avancés, nous prouvons qu'un tel biais d'échantillon implique une décélération des taux de mortalité.

L'échantillon IPSEN est de taille trop petite pour dire si ces durées courtes devraient être rajoutées à des âges extrêmes comme 110 ans ou plus près de 100 ans. La mortalité à 110 ans étant si élevée qu'un manque de centenaires proches du décès à davantage d'influence sur la mortalité à 110 ans qu'à 100 ans. Si en plus, ces personnes sont plutôt très âgées, cela peut suffire à biaiser la mortalité. L'espérance de vie d'un échantillon dont on a supprimé l'ensemble des décès avant  $\delta$  mois est augmenté de  $\delta$  mois.

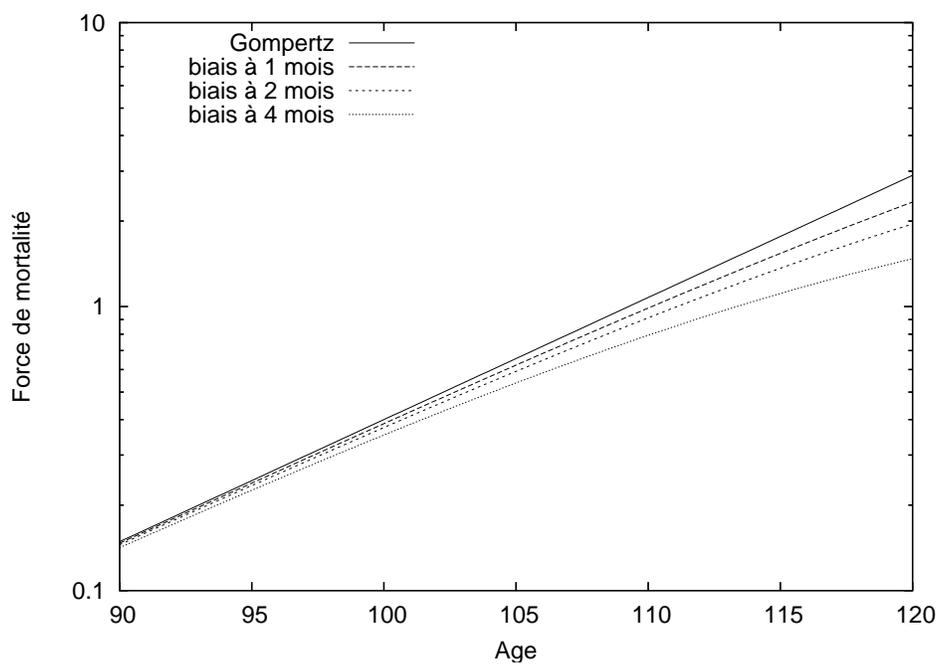


Figure 7: Influence de l'absence de décès durant le premier, les 2 premiers ou les 4 premiers mois sur la force de mortalité estimée.

### **3 Projections de la mortalité par âge en France**